

Ecole Thématique CNRS Jeunes Chercheurs Mathématiques et Philosophie Contemporaines

LIVRET DES RÉSUMÉS

3–7 juin 2013

Saint-Flour, Maison des Planchettes

Page web : <http://perso.math.univ-toulouse.fr/maronne/?p=285>

Contact : MPhCstflour@math.univ-toulouse.fr

Organisation Scientifique : Denis-Charles Cisinski, Etienne Fieux, Sébastien Gandon, Brice Halimi, Sébastien Maronne, David Rabouin, Damian Rössler, Joseph Tapia, Michel Vaquié.

Cette école thématique CNRS est organisée par l'**Institut de Mathématiques de Toulouse** (UMR 5219) et le laboratoire **SPHERE** (UMR 7219). Elle est soutenue également par l'**INSMI** et l'**INSHS** du CNRS, le projet **ERC Philoquantumgravity**, la **MSH de Clermont-Ferrand**, le **PHIER** (EA 3297), le **CIRPHLES** (USR 3308), le **Département de Philosophie de l'ENS** et l'**IREPH** (EA 373).



SPHERE



cirphles



Damian Rössler, *La correspondance Grothendieck-Serre et les conjectures standard*

Le premier tiers du cours consistera en un survol du contenu de la correspondance. Dans les deux tiers restants, nous nous servirons de la correspondance comme Leitmotiv pour revisiter les préoccupations mathématiques majeures de A. Grothendieck. Nous nous interrogerons en particulier sur les conjectures standard et sur les tensions entre ces dernières, la cohomologie l -adique et les conjectures de Weil. Cette interrogation sera guidée par des développements ultérieurs à la correspondance, comme les travaux de P. Deligne sur les cycles de Hodge absolus et sur la conjecture de Weil dans le cas mixte.

Références

- [Deligne, 1974] Deligne, P., La conjecture de Weil. I. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* No. 43 (1974), 273–307. http://www.numdam.org/item?id=PMIHES_1974__43__273_0
- [Deligne, 1980] Deligne, P. La conjecture de Weil. II. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.* No. 52 (1980), 137–252. http://www.numdam.org/item?id=PMIHES_1980__52__137_0
- [Grothendieck-Serre, 2001] Grothendieck, A. et Serre, J.-P., *Correspondance Grothendieck-Serre*. Editée by Pierre Colmez et Jean-Pierre Serre. Documents Mathématiques 2, Société Mathématique de France, Paris, 2001.
- [Kleiman, 1994] Kleiman, Steven L., The standard conjectures. *Motives* (Seattle, WA, 1991), 3–20, Proc. Sympos. Pure Math., 55, Part 1, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1994.
- [Raynaud, 2003] Raynaud, M. Review of the Grothendieck-Serre correspondence. *Notices of the AMS*, vol. 50, n. 9, p. 1085-1086, Oct. 2003.
- [Tate, 2004] Tate, J., Review of the Grothendieck-Serre correspondence. *NAW* 5/5 nr. 1, p. 42-43, maart 2004.

Contact : rossler@math.univ-toulouse.fr

Jean-Philippe Narboux, *Les extensions successives du concept de nombre : Dedekind, Frege, Wittgenstein*

On se propose de montrer que le réquisit de complétude imposé par Frege aux définitions (dans la Troisième Partie des *Grundgesetze*), strict corollaire de l'universalisme logique qu'il embrasse, a exercé un impact majeur et durable sur la philosophie de Wittgenstein en général et sur sa philosophie des mathématiques en particulier. Wittgenstein nie qu'un « système » ou un « domaine » (qu'il soit logique ou mathématique) soit jamais étendu par saturation ou complétion de lacunes qu'il renfermerait, et il voit dans une telle image de la formation de concepts mathématiques l'illusion majeure qui gangrène la réflexion sur les mathématiques. Wittgenstein revient sur le cas des extensions successives du concept de nombre. On se propose de montrer que le rejet par Frege de l'introduction de nouvelles « espèces » de nombres par adjonction de nouveaux éléments est néanmoins interprété dans un sens radicalement nouveau, que condense la remarque suivante de Wittgenstein : « quand tout se passe comme s'il n'y avait pas de place pour une chose, c'est qu'il y a de la place pour elle dans une autre dimension » (*Remarques sur les fondements des mathématiques*). Pour prendre la mesure de cet écart entre Frege et Wittgenstein, on confrontera leurs versions respectives de la revendication de complétude à la « méthode génétique » invoquée par Dedekind. Pour finir, on se demandera dans quelle mesure l'usage informel par Wittgenstein du concept de dimension et les divers concepts mathématiques de dimension peuvent s'éclairer mutuellement.

Références

Références primaires

- [Dedekind, 1872] Dedekind R. (1872) « Continuité et nombres irrationnels », in Dedekind R., *La création des nombres*, Paris, Vrin.
- [Dedekind, 1876] Dedekind R. (1876) « Sur la théorie des nombres entiers algébriques », in Dedekind R., *La création des nombres*, Paris, Vrin.

- [Dedekind, 1888] Dedekind R. (1888) « Que sont et à quoi servent les nombres », in Dedekind R., *La création des nombres*, Paris, Vrin.
- [Frege, 1881] Frege (1881) « La logique calculatoire de Boole et l'idéographie », in Frege G., *Ecrits Posthumes*, Paris, Chambon.
- [Frege, 1884] Frege G. (1884) *Les fondements de l'arithmétique*, Paris, Seuil. §88.
- [Frege, 1903] Frege G. (1903) *Grundgesetze der Arithmetik. Band II*. Traduction anglaise partielle dans M. Black & P. Geach (eds.), *Translations from the Philosophical Writings of Frege*. §§56-65. §§139-147.
- [Poincaré, 1912] Poincaré H. (1912) « Pourquoi l'espace a trois dimensions », *Revue de Métaphysique et de Morale*, 20, 4.
- [Waismann, 1936] Waismann F. (1936) *Einführung in das Mathematische Denken*. Traduction anglaise *Introduction to Mathematical Thinking*, New York, Dover.
- [Wittgenstein, 1939] Wittgenstein L. (1939) *Cours sur les fondements des mathématiques*, Paris, TER.
- [Wittgenstein, 1953] Wittgenstein L. (1953) *Recherches philosophiques*, Paris, Gallimard. §67.
- [Wittgenstein, 1958] Wittgenstein L. (1958) *The Blue and Brown Books*. p.18-20.
- [Wittgenstein, 1956] Wittgenstein L. (1956) *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik / Remarks on the Foundations of Mathematics*.
- [Wittgenstein, 1964] Wittgenstein L. (1964) *Philosophische Bemerkungen / Philosophical Remarks*. §§152-154.
- [Wittgenstein, 1974] Wittgenstein L. (1974) *Philosophische Grammatik / Philosophical Grammar*. Partie II, section VII, §§39-40.

Références secondaires

- [Blanchette, 2012] Blanchette P. (2012) *Frege's Conception of Logic*, Oxford, Oxford UP, 2012.
- [Cavaillès, 1947] Cavaillès J. (1947) *Sur la logique et la théorie de la science*. Réédition Paris, Vrin.
- [Diamond, 1991] Diamond C. (1991) *The Realistic Spirit*, Cambridge, MIT Press. Chapitres 4-5.
- [Dummett, 1991] Dummett M. (1991) *Frege's Philosophy of Mathematics*, Londres, Duckworth. 1
- [Ferreiros, 1999] Ferreiros J. (1999) *Labyrinth of Thought. A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics*. Bâle, Birkhäuser Verlag. Chapitres 2-3.
- [Floyd, 1995] Floyd J. (1995) « On Saying What You Really Want to Say : Wittgenstein, Gödel and the Trisection of the Angle », in *From Dedekind to Gödel : Essays on the Development of the Foundations of Mathematics*, Hintikka J. (éd.), Dordrecht, Kluwer, 1995.
- [Floyd, 2013] Floyd J. (2013) « Wittgenstein on the Surprising in Mathematics ». Traduction française dans *Wittgenstein*, Romano C. (éd.), Paris, Cerf.
- [Granger, 1999] Granger G.-G. (1999) *La pensée de l'espace*, Paris, Odile Jacob. Chapitre 8.
- [Horty, 2007] Horty J. (2007) *Frege on Definitions*, Oxford, Oxford UP.
- [Sinaceur, 2008] Sinaceur H. (2008) Introduction et notes à Dedekind R., *La création des nombres*, Paris, Vrin.
- [Stillwell, 1996] Stillwell, J. (1996) Introduction to Dedekind R., *Theory of Algebraic Integers*, Cambridge, Cambridge UP.
- [Tappenden, 1995] Tappenden J. (1995) « Extending Knowledge and 'Fruitful Concepts' : Fregean Themes in the Foundations of Mathematics », *Noûs*, vol. 29, 4.
- [Vuillemin, 1962] Vuillemin J. (1962) *La philosophie de l'algèbre*, Paris, PUF. Chapitres 2-3.

Ouvrages mathématiques

- [Fedorchuk, 1990] Fedorchuk V.V. (1990) *The Fundamentals of Dimension Theory*, in *Encyclopaedia of Mathematical Sciences*, volume 17, New York, Springer Verlag. Chapitre 1, §§1-2.
- [Hurewicz, 1948] Hurewicz W. (1948) *Dimension Theory*, Princeton, Princeton UP. Chapitres 1-4.
- [Stillwell, 2003] Stillwell J. (2003) *Elements of Number Theory*, New York, Springer Verlag.
- [Stillwell, 2006] Stillwell J. (2006) *Yearning for the Impossible*, Wellesley, AK Peters Ltd.

Contact : jeanphilippe@narboux.fr

Joseph Tapia, *Sur l'intégrale de Feynman*

Contact : joseph.tapia@math.univ-toulouse.fr

Gabriel Catren, *Sur la théorie des connexions de Cartan et sa pertinence par rapport à la physique de l'espace temps*

Dans la théorie des connexions de Cartan s'accordent plusieurs motifs fondamentaux de la pensée géométrique de la première moitié du XXème siècle, notamment le programme d'Erlangen de Klein, le programme d'une « géométrie purement infinitésimale » de Weyl, le principe de symétrie locale *affine* (et non pas seulement linéaire) de Cartan et la géométrie riemannienne telle qu'elle a été reprise dans la cadre de la théorie générale de la relativité d'Einstein. Tandis que les *connexions d'Ehresmann* sont la contrepartie géométrique des « champs de jauge » de la théorie de Yang-Mills (théorie qui fournit une description géométrique des interactions électromagnétiques et nucléaires), les connexions de Cartan permettent de reformuler (et de généraliser) la relativité générale de façon telle que la variable fondamentale ne soit pas la métrique de l'espace-temps mais plutôt une connexion. Cette reformulation permet de revisiter sous une nouvelle lumière le projet de comprendre la relativité générale comme une « théorie de jauge », c'est-à-dire comme une théorie qui décrit une connexion dynamique dans un espace fibré sur l'espace-temps. On montrera de quelle façon la théorie de la relativité générale (et plus généralement la théorie d'Einstein-Cartan) résulte de la « localisation » du groupe affine (Poincaré, de Sitter ou anti-de Sitter) qui agit de façon transitive sur la solution de la théorie dans le vide.

Références

- [Aleksseevsky & Michor, 1995] Aleksseevsky, D.V. & Michor, P.W. (1995). Differential Geometry of Cartan Connections. *Publ. Math. Debrecen*, 47/3-4, 349-375.
- [Cartan, 1923] Cartan, E. (1923). *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (première partie)*. Annales scientifiques de l'E.N.S, 3ème série, tome 40, 325-412.
- [Catren, 2013] Catren, G. (2013), *On Cartan Geometries and the Formulation of a Gravitational Gauge Principle*, preprint.
- [Egeileh, 2007] Egeileh, M. (2007). *Géométrie des champs de Higgs, Compactifications et Supergravité*. PhD thesis. In <http://www.institut.math.jussieu.fr/theses/2007/egeileh/these-egeileh.pdf>.
- [Kobayashi, 1956] Kobayashi, S. (1956). On Connections of Cartan. *Canad. J. Math.*, 8, 2, 145-156.
- [Kobayashi, 1957] Kobayashi, S. (1957). Theory of Connections. *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, Vol. 43, 1, 119-194.
- [Rapoport & Sternberg, 1984] Rapoport, D. & Sternberg, S. (1984). On the Interaction of Spin and Torsion. *Annals of Physics*, 158, 447-475.
- [Sternberg, 1985] Sternberg, S. (1985). On the Interaction of Spin and Torsion. II. The Principle of General Covariance. *Annals of Physics*, 162, 85-99.
- [Ryckman, 2005] Ryckman, T. (2005). *The Reign of Relativity. Philosophy in Physics 1915-1925*. NY : Oxford University Press.
- [Sharpe, 1997] Sharpe, R.W. (1997). *Differential Geometry. Cartan's Generalization of Klein's Erlangen Program*, NY : Springer-Verlag.
- [Wise, 2010] Wise, D. (2010). MacDowell-Mansouri gravity and Cartan geometry. *Class. Quantum Grav.*, 27, 155010.

Contact : gabrielcatren@gmail.com

Michel Vaquié, *Sur la géométrie non-commutative*

Nous allons introduire quelques idées concernant l'approche de la géométrie non-commutative, telle qu'elle est développée par Alexander Rosenberg et Maxim Kontsevich.

Nous ne parlerons pas des travaux essentiels et fondateurs d'Alain Connes mais nous invitons les participants à regarder son livre [Co] qui est une très bonne introduction et qui permet d'avoir une idée sur les liens étroits avec la physique.

La géométrie non-commutative peut être vue comme une généralisation de la géométrie *classique*. Nous pouvons trouver des équivalences entre le *monde géométrique* et le *monde algébrique*, par exemple en associant à un espace X l'algèbre des fonctions sur X . Dans le cadre classique cette algèbre est commutative, un des objectifs de la géométrie non commutative est de considérer les algèbres non commutatives et de voir quels sont les espaces qui peuvent être associés.

De manière similaire on sait que la catégorie des faisceaux sur un schéma X est une catégorie *abélienne* et on peut se demander quel objet *géométrique* peut être associé à une catégorie abélienne quelconque.

Pour la préparation de ce cours il est nécessaire de connaître certaines notions élémentaires d'algèbre commutative, de géométrie algébrique et de théorie des catégories abéliennes.

Références

- [Co] A. Connes, *Géométrie non commutative*, InterEditions (1990).
- [K-R] M. Kontsevich, A. Rosenberg, *Noncommutative smooth spaces*, The Gelfand mathematical seminars 1996-1999, ed. I.M. Gelfand, V.S. Retakh, Birkhäuser (2000). [arXiv:math/9812158](https://arxiv.org/abs/math/9812158)
- [Ko] M. Kontsevich, *Notes on A_∞ -algebras, A_∞ -categories and non-commutative geometry*, Lect. Notes Phys. **757**, 153-219, Springer-Verlag (2009).
- [Ma] S. Mahanta, *Noncommutative geometry in the framework of differential categories*, Progr. Math. **279**, 253-275, Springer-Verlag (2010).

Contact : vaquie@math.univ-toulouse.fr

Joan Millès, *L'étude des structures algébriques à l'aide des opérades*

May a introduit le mot « opérade » en 1972 [May, 1972] dans ses travaux sur les espaces de lacets. L'idée de base, bien qu'ayant eu des prémices plus anciennes, est développée par les topologues algébristes à Chicago autour des années 70. Elle apparaît dans la littérature sous différentes formes : analyseurs, théories algébriques, PROP et PACT... et nous essaierons de comprendre pourquoi la définition de May a été la plus développée.

Nous étudierons les travaux de Stasheff [Stasheff, 1963] pour aboutir à une définition précise de la notion d'opérade. Nous pourrons alors voir les premiers exemples de structures algébriques codées par une opérade.

Il faut ensuite attendre 1994 pour voir apparaître un renouveau avec les travaux de Ginzburg et Kapranov et de Getzler et Jones. Nous expliquerons ces travaux et découvrirons de nombreux domaines d'applications : cohomologie, algèbre homotopique, géométrie algébrique, physique mathématique ou encore théorie des catégories.

Références

- [Stasheff, 1963] J. Stasheff, Homotopy associativity of H-spaces I, *Trans. Amer. Math. Soc.* 108 (1963), 275-292, Introduction principalement, disponible ici : <http://www.ams.org/journals/tran/1963-108-02/home.html>
- [May, 1972] P. May, *The geometry of iterated loop spaces*, Lectures Notes in Math., Vol. 271 (1972), Introduction et section 1 jusqu'au théorème 1.3.
- [Loday, 1994-95] J.-L. Loday, La renaissance des opérades, *Séminaire Bourbaki*, numéro 792, (1994-95), Introduction, Sections 1.1, 1.2 et 5.
- [Loday & Vallette, 2012] J.-L. Loday, B. Vallette, *Algebraic operads*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Springer (2012), Introduction du livre et du chapitre 5, disponible ici : <http://math.unice.fr/~brunov/Operades.html>

[Markl, Shnider et Stasheff, 2002] M. Markl, S. Shnider, J. Stasheff, *Operads in algebra, topology and physics*, Mathematical Surveys and Monographs, 96, AMS (2002), Chapter 1 : Introduction and History.

Contact : joan.milles@math.univ-toulouse.fr

Christophe Eckes, *Structure et réception des cours de Weyl sur les groupes et les algèbres de Lie à l'IAS (1934-1935)*

Dans le cadre de ce cours, nous nous proposons tout d'abord de revenir sur l'article de Weyl publié dans la *Mathematische Zeitschrift* en 1925-1926 et consacré aux représentations linéaires des algèbres de Lie semi-simples complexes. Nous aborderons ensuite quelques aspects de l'article que Weyl et Peter cosignent en 1927 dans les *Mathematische Annalen* sur les représentations des groupes de Lie compacts. Nous donnerons quelques indications sur la réception de cet article par Pontrjagin et Haar. Enfin, nous reviendrons sur la situation de Weyl à l'Institute for Advanced Study - notamment ses liens avec certains algébristes, en particulier Jacobson et Brauer. Nous décrirons la genèse et le plan de son cours sur les groupes et les algèbre de Lie (1934-1935). Nous disposons à cet effet de deux types de documents : les notes manuscrites de Weyl ainsi que les fascicules tapuscrits rédigés par ses assistants. Nous montrerons que ces cours constituent une transition entre l'article de Weyl de 1925-1926 et les travaux de Jacobson sur les algèbres de Lie d'une part, le premier tome de l'ouvrage de Chevalley sur les groupes de Lie (1946) d'autre part.

Références

[Hawkins, 2000] Thomas Hawkins, *Emergence of the theory of Lie groups, an essay in the history of mathematics 1896-1926*, Berlin, éd. Springer, 2000, p. 465-472, p. 500-512

[Hall, 2003] Brian C. Hall, *Lie groups, Lie algebras and representations, an elementary introduction*, Berlin, éd. Springer, 2003, p. 155-164,

[Kosmann-Schwarzbach, 2005] Yvette Kosmann-Schwarzbach, *Groupes et symétries, groupes finis, groupes et algèbres de Lie, représentations*, Palaiseau, éd. de l'Ecole Polytechnique, 2005, p. 45-55, p. 59-63, p. 68-72.

Contact : ceckes@math.univ-toulouse.fr

Mathieu Anel, *Remarques sur l'identification en mathématiques*

Dans cet exposé, nous parlerons de certains rapports des mathématiques avec le problème d'identifier deux objets.

Construire explicitement des identifications demande souvent de faire un certain nombre de choix qui créent des ambiguïtés et peuvent priver les objets de propriétés universelles ou les amputer de certaines structures. Il se trouve qu'on obtient de meilleurs objets lorsqu'on ne fait pas de choix mais qu'on considère comme un tout l'ensemble des choix. Ces considérations peuvent être vues comme un point d'origine (conceptuel et non-historique) de la théorie de l'homotopie et des catégories supérieures.

Pour tenir compte des ambiguïtés d'identification, les ensembles sont remplacés par les groupoïdes, les espaces vectoriels par les complexes, les espaces topologiques par les topos ou des champs, les fonctions sont remplacées par des cocycles (ou des toseurs), etc... Toutes les notions doivent être changées (on dit parfois catégorifiées).

Nous illustrerons certaines de ces notions : localisation de Dwyer-Kan, quotient groupoïdal, résolution d'équations et toseurs, théorie de Galois et réduction d'ambiguïté...

Références

[Dwyer & Kan, 1980] W. Dwyer et D. Kan, Calculating simplicial localizations, *J. Pure and Applied Algebra* (18), 1980, 17-35.

[Lurie, 2011] J. Lurie, *Derived Algebraic Geometry V : Structure spaces*, Introduction. <http://www.math.harvard.edu/~lurie/papers/DAG-V.pdf>

- [Baez & Schulman] J. Baez, M. Shulman, *Lectures on n-categories and cohomology*. <http://math.ucr.edu/home/baez/cohomology.pdf>
- [Cartier, 2008] P. Cartier, « Théories de Galois géométriques » in Actes le Première Ecole d'Ete Histoire Conceptuelle des Mathématiques « Dualité Algèbre–Géométrie, Universidade de Brasilia, 17-29 février 2008. http://semioweb.msh-paris.fr/f2ds/docs/dualite_2008/dualite_doc_final_2008.pdf
- [André, 2008] Y. André, Autour de la « théorie de l'ambiguïté », de Galois à nos jours. <http://www.math.polytechnique.fr/xups/textes-provisaires11/andre.pdf>
- [Awodey & Warren, 2009] S. Awodey, M. Warren, Homotopy theoretic model of identity types. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 2009. Available as [arXiv:0709.0248](https://arxiv.org/abs/0709.0248).

Contact : mathieu.anel@gmail.com

Renaud Chorlay, *Postérités du programme d'Erlangen*

Les références sont placées dans l'ordre chronologique.

Références

- [Klein, 1872] Klein F., 1872. Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen, *MA* 43 (1893), p. 63-100.
- [Klein, 1891] Klein F., 1891. *Le programme d'Erlangen* (trad. H. Padé). réimpression Gabay, Sceaux, 1991. <http://www.digizeitschriften.de/dms/toc/?PPN=PPN235181684>
- [Klein, 1968] Klein F., 1968. *Vorlesungen über höhere Geometrie* (3ème édition ; 1ère édition 1926). Berlin : Springer. <http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN373601816&IDDOC=236424>
- [Cartan, 1915] Cartan E. 1915. La théorie des groupes continus et la géométrie (exposé d'après l'article allemand de G. Fano), *Encyclopédie des sciences mathématiques* III.1, réimpression Gabay, Paris, 1991, p.1-135.
- [Cartan, 1925] Cartan E., 1925. La théorie des groupes et les recherches récentes en géométrie différentielle (conférence faite au Congrès de Toronto en 1924), *Ens. Math.* **24** (1925), p.1-18 <http://retro.seals.ch/digbib/vollist;jsessionid=0D4F14B239C9D8A88916A8556C0B178E?UID=ensmat-001&id=home&id2=browse4>
- [Archives Bourbaki] Archives Bourbaki <http://portail.mathdoc.fr/archives-bourbaki/>
- [Chorlay, à paraître] Chorlay R, à paraître. *Géométrie et topologies différentielles*, 1918-1932. Paris : Hermann.

Contact : Renaud.chorlay@paris.iufm.fr